第二章規則波導傳輸線

2.1 規則波導傳輸線的一般理論

討論電磁波的在規則波導中的傳播特性，就是確定在給定的邊界條件下，滿足麥克斯韋方程組的解，這個解的不同形式就表示不同的波型，這個解隨時空的變化規律，便是電磁波在波導中傳播規律。本節討論在任意截面波導中的波動方程的求解方法以及電磁波在波導中傳播的一般特性。

一、麥克斯韋方程組及邊界條件

$$\nabla\times\vec{E}=-j\omega\mu\vec{H}$$

$$\nabla\times\vec{H}=j\omega\varepsilon\vec{E}$$

$$\nabla\cdot\vec{E}=0$$

$$\nabla\cdot\vec{H}=0$$

1.一般邊界條件

$$\vec{n}\times(\vec{E}_2-\vec{E}_1)=0$$

$$\vec{n}\times(\vec{H}_2-\vec{H}_1)=\vec{J}_s$$

$$\vec{n}\cdot(\vec{D}_2-\vec{D}_1)=\rho_s$$

$$\vec{n}\cdot(\vec{B}_2-\vec{B}_1)=0$$

2.理想導體表面的邊界條件

$\vec{n}\times\vec{E}=0$ 或 $E_t=0$

$\vec{n}\times\vec{H}=J_s$ 或 $H_t=J_s$

$\vec{n}\cdot\vec{D}=\rho_s$ 或 $D_n=\rho_s$

$\vec{n}\cdot\vec{B}=0$ 或 $B_n=0$

二、規則波導中電磁場的求解方法

1.直接求解法

$$\nabla^2\vec{E}+k^2\vec{E}=0$$

$$\nabla^2\vec{H}+k^2\vec{H}=0$$

在給定邊界條件下求解上述波動方程，便可得波導中電磁場的解。

2.赫茲矢量位法

(1)赫茲電矢量位引入赫茲電矢量位$\vec{\Pi}_e$

$$\nabla^2\vec{\Pi}_e+k^2\vec{\Pi}_e=0$$
$$\vec{E}=\nabla(\nabla\cdot\vec{\Pi}_e)+k^2\vec{\Pi}_e$$
$$\vec{H}=j\omega\varepsilon\nabla\times\vec{\Pi}_e$$

(2)赫茲磁矢量位 引入赫茲磁矢量位$\vec{\Pi}_m$

$$\nabla^2\vec{\Pi}_m+k^2\vec{\Pi}_m=0$$
$$\vec{H}=\nabla(\nabla\cdot\vec{\Pi}_m)+k^2\vec{\Pi}_m$$
$$\vec{E}=-j\omega\mu\nabla\times\vec{\Pi}_m$$

3.縱向分量法

先求解滿足標量波動方程的z方向分量(縱向分量)；然後，由各分量間的關係求出其他分量(橫向分量)

三、導行波波型的分類

波型也稱模式，它指的是能夠單獨在波導傳輸線中存在的電磁場結構的型式。

1.橫電磁波:即沒有縱向電場又沒有縱向磁場分量，即$E_z=0$和$H_z=0$的波，並以TEM表示。TEM波只能存在於多導體傳輸線中，而不能存在於空心波導中。

2.橫電波:凡是磁場矢量既有橫向分量又有縱向分量，而電場矢量只有橫向分量，即

$$E_z=0、\vec{E}_T\neq0、H_z\neq0 \text{ 和 } \vec{H}_T\neq0$$

的波稱為磁波或橫電波，通常表示為H波或TE波。

3.橫磁波:凡其電場矢量除有橫向分量外還有縱向分量，而磁場矢量只有橫向分量，即

$$E_z\neq0、\vec{E}_T\neq0、H_z=0 \text{ 和 } \vec{H}_T\neq0$$

的波稱為電波或橫磁波，通常表示為E波或TM波。

2.2 導行波的傳輸特性

各種不同橫截面的波導系統傳輸導行波時，儘管橫向場分佈彼此各異，但它們有著共同的縱向傳輸特性。導行波的傳輸特性包括六個方面：

截止波長、波導波長、相速群速和色散、波阻抗、傳輸功率以及導行波的衰減

一、截止波長

在$\gamma^2<0$即$\gamma=j\beta$的情況下，稱為傳輸狀態。

在$\gamma^2 > 0$即$\gamma = \alpha$的情況下，這是傳輸系統的截止狀態。

$\gamma^2 = 0$就是介於傳輸狀態和截止狀態之間的臨界狀態。

臨界頻率或截止頻率：$f_c = \dfrac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}$

臨界波長或截止波長：$\lambda_c = \dfrac{v}{f_c} = \dfrac{2\pi}{k_c}$

截止波數：$k_c = \dfrac{2\pi}{\lambda_c}$

二、波導波長

波導中的波長稱為波導波長，並記為λ_g

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(1/\mu_r\varepsilon_r)(\lambda_0/\lambda_c)^2}}$$

λ_0為真空中的波長。

對於TEM波，$\lambda_g = \lambda = \lambda_0 / \sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$

三、相速、群速和色散

1、相速度——波導中傳輸的波的等相位面沿軸向移動的速度。

TE、TM波的相速度公式為$V_p = V / \sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}$

對於TEM波,則$v_p = v$

2、群速度

群速度是一群具有相近的ω和β的波群在傳輸過程中的“共同”速度，或者說波包的速度。

TE波和TM波的群速度為$V_g = V / \sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}$

對於TEM波,則$v_g = v = v_p$

3、色散特性

TE波和TM波的相速和群速都隨波長而變，即是頻率的函數，這種現象稱為“色散”。

TE波和TM波統稱為“色散波”，而TEM波的相速和群速相同，且與頻率無關，沒有色散，稱為“無色散波”(或非色散波)。

四、波阻抗波阻抗Z，它定義為相互正交的橫向電場和橫向磁場的比，即

$\vec{E}_T\ \vec{H}_T\ Z = \dfrac{E_T}{H_T}$

$Z_{TE} = \eta\ \lambda g / \lambda$

$Z_{TM} = \eta\ \lambda / \lambda g$

五、傳輸功率

$$P_0=(\int_s|\vec{E}_T|^2 d_s)/(2|Z|)=(|Z|\int_s|\vec{H}_T|^2 d_s)$$

六、導行波的衰減

1、波導壁的歐姆損耗

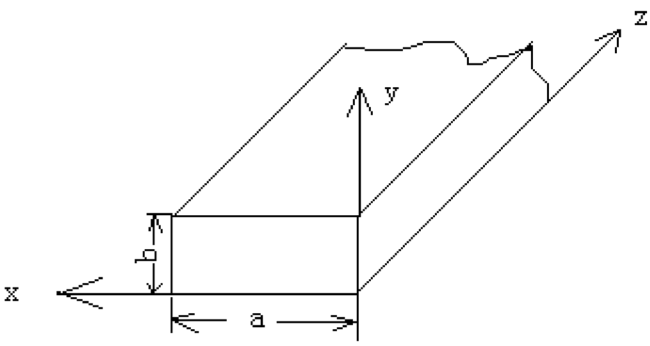
$$\alpha_c=R_s\oint_l|\vec{Ht}|^2 dl/2[R_e\int_s(\vec{E}_T\times\vec{H}_T^*)\cdot\vec{i}_z dS]$$

2、波導中的介質損耗

$$\alpha_d=\pi tg\,\delta/[\lambda\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}]$$

2.3 矩形波導

矩形波導是橫截面為矩形的填充空氣的空心金屬管，是實際中應用最廣泛的一種微波傳輸線。



矩形波导

一、矩形波導的電磁場解

1.TE波及其場分量

$$E_x=j(\omega\mu/k_c^2)(n\pi/b)H_0\cos(m\pi x/a)\sin(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$$
$$E_y=-j(\omega\mu/k_c^2)(m\pi/a)H_0\sin(m\pi x/a)\cos(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$$
$$E_z=0$$
$$H_x=j(\beta/k_c^2)(m\pi/a)H_0\sin(m\pi x/a)\cos(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$$
$$H_y=j(\beta/k_c^2)(n\pi/b)H_0\cos(m\pi x/a)\sin(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$$
$$H_z=H_0\cos(m\pi x/a)\cos(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$$

式中 $k_c^2=(m\pi/a)^2+(n\pi y/b)^2$ (m, n=0, 1, 2, …, 但不能同时为 0)

2.TM波及其場分量

$E_x=-j(\beta/k_c^2)(m\pi/a)E_0\cos(m\pi x/a)\sin(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$
$E_y=-j(\beta/k_c^2)(n\pi/b)E_0\sin(m\pi x/a)\cos(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$
$E_z= E_0\sin(m\pi x/a)\sin(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$
$H_x=j(\omega\varepsilon/k_c^2)(n\pi/b)E_0\sin(m\pi x/a)\cos(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$
$H_y=-j(\omega\varepsilon/k_c^2)(m\pi/a)E_0\cos(m\pi x/a)\sin(n\pi y/b)e^{j(\omega t-\beta z)}$
$H_z=0$
式中 $k_c^2=(m\pi/a)^2+(n\pi y/b)^2$ (m, n=0, 1, 2, 3, …)

3.模式與截止波長

對應於不同的m和n值TE和TM波都有無限個波型，它們的場分佈結構不同，且都能在波導中存在，分別稱作 TE_{mn} (或 H_{mn})波(或模)和 TM_{mn} (或 E_{mn})波(或模)。但矩形波導中沒有 TE_{00} ，TM_{00} 和 TM_{0n} 模，因為它們的場分量為零。

矩形波導的截止波長:
$$\lambda_c=\frac{2}{\sqrt{(m/a)^2+(n/b)^2}}$$

截止頻率：
$$f_c=\frac{c\sqrt{(m/a)^2+(n/b)^2}}{2}$$

二、矩形波導中 TE_{10} 波的特性場分量

$E_y=-(j\omega\mu a/\pi)H_0\sin(\pi x/a)e^{j(\omega t-\beta z)}$
$H_x=(j\beta a/\pi)H_0\sin(\pi x/a)e^{j(\omega t-\beta z)}$
$H_z=H_0\cos(\pi x/a)e^{j(\omega t-\beta z)}$
$E_x= E_z= H_y=0$

三、矩形波中的高次型波

矩形波導中的高次型波雖都不用作傳輸模，也非毫無用處。例如他們波阻抗的純電抗性可作為阻抗匹配元件和濾波器等；此外在波導系統中如遇不均勻性，也會激起各種高次模式。為抑制它們，也必須對它們的性質有所了解。

1、場結構

像 H_{10} 波一樣，高次模的場結構也可以從TE波和TM波的場量表示式求得，但過於繁冗。事實上，各高次型波的差別是m、n數值的不同，它們相應與坐標軸上橫向駐波場分佈變化的半週期的不同。這樣，在知道 H_{10} 、H_{01} 、E_{11} 、和 H_{11} 這四個較簡單波型的場分佈之後，即可組合出其它高次型波。

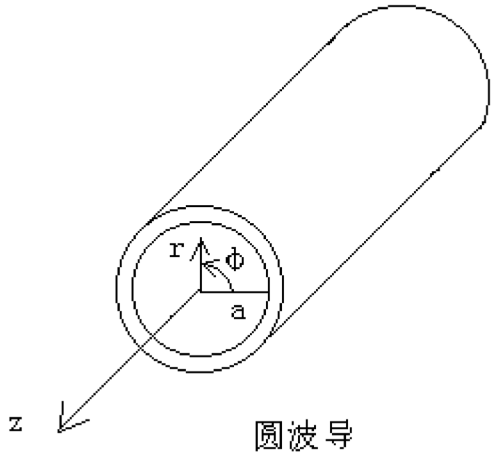
2、高次型波的波阻抗

在傳輸 H_{10} 波的系統中，遇不均勻性必出現高次型波。因波導尺寸的限制，這些高次型波的傳播常數 $\gamma=\alpha$ ，從而使高次型波成為非傳播的消失波。對於TE波型消失波，有 $Z_{TE}=\frac{j\omega\mu}{\alpha}$ 呈感抗性質；對於TM波型消失波，有 $Z_{TM}=\frac{\alpha}{j\omega\varepsilon}$ ，呈容抗性質。這樣，當波導中存在高次型波時，我們可根據不均勻性的邊界條件來判斷消失波是TE波

還是TM波，進而推知不均勻性的作用相當於電感還是電容。

2.4 圓波導

圓波導是橫截面為圓形(其內半徑為a)的空心金屬管.



一、圓波導中電磁場的解

圓波導中同樣只能傳輸TE波和TM波。

TE波的截止波長： $\lambda_c = \dfrac{2\pi a}{\mu_{mn}}$

TM波的截止波長： $\lambda_c = \dfrac{2\pi a}{\gamma_{mn}}$

圓波導中的波型及其特點：

圓波導中存在著無限多的 H_{mn} 模和 E_{mn} 模，但由於n=1，2，3，...，即 $n \neq 0$ ，

所以 H_{m0} 和 E_{m0} 模不存在，而可以存在 H_{0n} ， H_{mn} ， E_{0n} 和 E_{mn} ($m \neq 0$ ， $n \neq 0$)波型。

(1)圓波導的波型存在兩種簡併:

(a)極化簡併 (b)EH簡併

(2)波型指數m和n的含義——指數m表示角坐標φ從而變到2π時,場沿波導圓周分佈的周期數；指數n是貝塞爾函數或其導數的根的序號，它表示場沿半徑方向分佈的半駐波個數，或者說場的最大值的個數。

二、圓波導的三個主要波型(H_{01} ， H_{11} 和 E_{01})的特性

1. H_{01}波

由於 H_{01}波的截止波長 $\lambda_c \approx 1.64a$,所以它是圓波導中的高次模。

H_{01}^0的特點：由於m=0，所以各場量沿 φ 方向無變化，即場是軸對稱的，壁上電流僅沿著圓周流動，沒有縱向分量。

2. H_{11}波

在圓波導中, H_{11}^0模的 $\lambda_c \approx 3.41a$ 最大,所以它是圓波導中的主模。

特點：在軸線上有較強的E_z分量，是軸對稱的，內壁上只有縱向電流。

2.5 波導截面尺寸的選擇

波導尺寸的選擇就是由給定的工作波長確定波導截面的尺寸。對於矩形波導就是要確定寬邊a和窄邊b；對於圓波導就

是要確定半徑a。

一、矩形波導的設計工作在波的矩形波導,其截面尺寸的選擇,主要的依據是: (1)保證單模工作 (2)盡量減小損耗與衰減 (3)有足夠的功率容量 (4)色散盡量小,以免信號失真 根據經驗,一般選擇a=0.7λ,b=(0.4～0.5)a

H_{11}

二、圓波導的設計圓波導尺寸的設計就是確定半徑a,傳輸模的波導半徑a應滿足 在採用模工作時,應使

$H_{11}^0\ \frac{\lambda}{3.41} < a < \frac{\lambda}{2.61}$

$E_{11}^0\ \frac{\lambda}{2.61} < a < \frac{\lambda}{2.06}$

2.6 過極限波導

當波導中工作波長$\lambda > \lambda_c$時，波就處於截止狀態，不能傳輸。這種在截止狀態下的波導稱為過極限波導或截止波導。

過極限波導的特點是：

(1)電磁場沿波導軸向按指數規律衰減，且隨時間脈動著，而沿軸向無相位移動。

如果波導尺寸足夠小，保證$\lambda \gg \lambda_c$

$a \approx \frac{2\pi}{\lambda_c}$

波隨距離的衰減決定於λ_c而與頻率無關。利用這一特性，可以做成過極限衰減器(或稱截止式衰減器)。

(2)波導中的電場和磁場之間餓相位差始終為π/2。

在過極限波導中，其波阻抗將呈現電抗性質：TM波的阻抗呈容抗，與工作波長成正比；TE波的阻抗呈感抗，與工作波長成反比。

(3)在截止波導中,電場和磁場的能量是不相等的,TM波(電波)的電場能量佔優勢,而TE波(磁波)的磁場能量佔優勢。

2.7 同軸線

當波長大於10厘米以上時，矩形波導和圓波導就顯得尺寸大而笨重，使用不方便，通常採用尺寸小得多的同軸線或同軸電纜作傳輸線。此外，由於同軸線具有寬頻帶特性，故在需要寬頻帶的場合，也常採用同軸線。同軸線是一種雙導體傳輸線。在同軸中既可以傳輸無色散的TEM波，也可能存在有色散的TE和TM波

一、同軸線中的TEM波

1.TEM波的場分量和場結構

2.同軸線中TEM波的特性參數

(1)波的速度與波長

$\lambda_c = 2\pi / k_c = \infty$

$\lambda_g = 2\pi / \beta = \lambda_0 / \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} = \lambda$

$V_p = V_g = \omega / \beta = 1 / \sqrt{\mu\varepsilon} = c / \sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$

(2)傳輸功率

$$P_0 = \pi\eta H_0^2 \ln \frac{D}{d}$$

(3)特性阻抗

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \ln(D/d)} = \frac{138}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \lg(D/d)}$$

(4)衰減常數

$$a_c = \frac{R_s(1+\frac{D}{d})}{\eta D \ln \frac{D}{d}} (NP/m)$$

$$a_d = \frac{\pi}{\lambda} tg\delta = \frac{\pi\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda_0} tg\delta (NP/m)$$

(5)同軸線的功率容量

$$P_{br} = \sqrt{\varepsilon_r / \mu_t}(D^2 E_{br}^2 / 480) \ln(D/d) / (D/d)^2$$

二、同軸線中的高次模

1.TM波

同軸線 TM_{mn} 模的截止波長近似為 $(\lambda_c)_{TM_{mn}} \approx \frac{D-d}{n}$ 最低次型 TM_{01} 波的截止波長為 $(\lambda_c)_{TM_{01}} \approx D-d$

2.TE波

TE_{m1} 的截止波長為 $(\lambda_c)_{TE_{m1}} \approx \frac{\pi(D+d)}{2m}, (m=1,2,3\cdots\cdots)$ 最低次型的 TE_{01},則為 $(\lambda_c)_{TE_{11}} \approx \frac{\pi(D+d)}{2}$

3.同軸線尺寸的選擇

同軸線尺寸選擇的原則:

(1)保證在給定的工作頻帶內只傳輸TEM波 $D+d \le \frac{2\lambda_{\min}}{\pi}$

(2)功率容量要大x=D/d=1.65

(3)損耗要小x=D/d=3.592

如果對功率容量的損耗都考慮,可取D/d=2.303,其相應的特其相應的特性阻抗(空氣填充時)約75歐姆